EXERCICE N°1 — 5 points — 35 ' — CONTRÔLE 2017

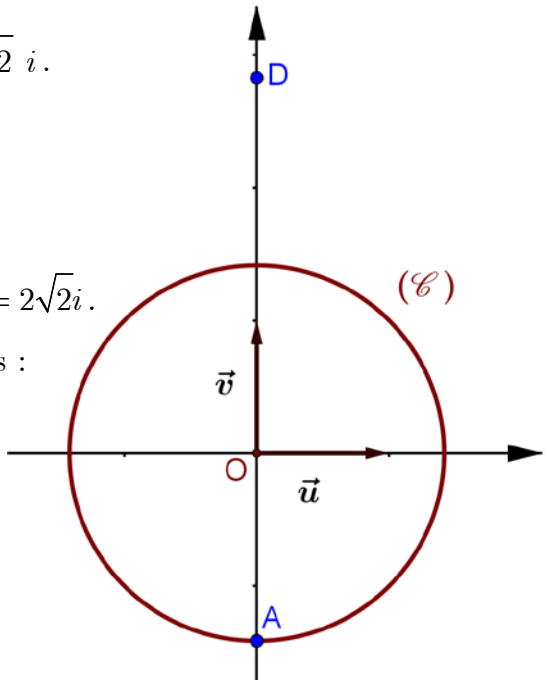
A) 1°) a) Justifier que $\left(\sqrt{2}\right)^3 = 2\sqrt{2}$.

b) Déterminer les racines cubiques du nombre complexe $2\sqrt{2}\ i$.

2°) Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

Dans la figure ci-dessous :

- $\mathscr{C}$ est le cercle de centre O et de rayon $\sqrt{2}$.
- A et D sont les points d'affixes respectives $z_A = -\sqrt{2}\ i$ et $z_D = 2\sqrt{2}i$.



a) Construire dans la figure les points B et C d'affixes respectives :

$z_B = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{6}}$ et $z_C = \sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{6}}$.

b) Vérifier que $z_B = \dfrac{\sqrt{6}}{2} + i\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ et que $z_C = -\dfrac{\sqrt{6}}{2} + i\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

c) Montrer que $\left(BC\right) \perp \left(AD\right)$.

d) Montrer que le quadrilatère $ABDC$ est un losange

B) Soit α un nombre complexe non nul. On désigne par M, N et P les points d'affixes respectives $z_M = \alpha$, $z_N = \alpha e^{i\frac{2\pi}{3}}$ et $z_P = \alpha e^{i\left(-\frac{2\pi}{3}\right)}$.

1°) a) Calculer z_N^3 et z_P^3.

b) En déduire la nature du triangle MNP.

2°) Soit Q le point d'affixe $z_Q = \alpha^3$.

a) Montrer que : (le quadrilatère $MNQP$ est un losange) équivaut à $\left(\alpha^3 = -2\alpha\right)$.

b) Déterminer les valeurs de α pour que lesquelles $MNQP$ est losange.

EXERCICE N°2 — 5 points — 35 ' — PRINCIPALE 2018

1°) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $\left(E\right) : z^2 - i\sqrt{3}\,z - 1 = 0$.

(On donnera les solutions sous forme exponentielle).

2°) Pour tout $z \in \mathbb{C}$, on pose $P\left(z\right) = 3z^4 - 7i\sqrt{3}\ z^3 - 18\,z^2 + 7i\sqrt{3}\,z + 3$.

a) Vérifier que $P\left(i\sqrt{3}\right) = 0$ et que $P\left(e^{i\frac{\pi}{3}}\right) = 0$.

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn
Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn

Tous droits réservés © TakiAcademy.com